Un énoncé mathématique est une assertion (ou une proposition) logique. On ne peut lui attribuer que deux valeurs qui s'excluent l'une l'autre. Dans un contexte donné, l'énoncé est soit vrai soit faux. Pour exprimer plus facilement les propositions, nous utiliserons l'écriture symbolique : $>, \leq, \in, \notin, \subset$, etc. Nous utiliserons aussi les quantificateurs $\forall, \exists$ et $\exists!$

Si E est un ensemble alors :

- $\forall x \in E$ signifie "Pour tout élément x de E "
- $\exists x \in E$ signifie "Pour au moins un élément x de E "
- $\exists! x \in E$ signifie "Pour un unique élément x de E "

Exemples Écrire les propositions suivantes en symbolique. Sont-elles vraies ou fausses. Si elles sont fausses, les corriger

- " $\ln(1+x)$ est positif lorsque x est un réel" :
- "certains entiers naturels sont des carrés d'entiers" :
- "Il y a des réels qui sont supérieurs à leur carré" :
- " $\sin(x)$ ne s'annule qu'une fois sur $\mathbb{R}$ " :

Exemples Traduire en langage courant les propositions suivantes où f et g sont des applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

- " $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = g(x)$ " :
- " $\exists x \in \mathbb{R}, f(x) = 0$ " :
- " $\exists! x \in \mathbb{R}, f(x) = g(x)$ " :
- " $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \in]0, 1]$ " :

Notons P et Q des propositions, on peut alors construire d'autres propositions logiques :

- la négation de l'assertion P notée $\underline{non(P)}$ a la valeur opposée de P
 La négation de $\forall x \in E$ est $\exists x \in E$
Exemple : n étant un entier naturel non nul fixé, écrire en symbolique la proposition suivante et la nier.
 $a_1, a_2, \dots, a_n$ sont des réels tous non nul :
 $a_1, a_2, \dots, a_n$ sont des réels non tous nul :
- la conjonction de P et Q notée $\underline{P \text{ et } Q}$ qui est vraie si les deux assertions sont vraies.
- la disjonction de P et Q notée $\underline{P \text{ ou } Q}$ qui est vraie si l'une au moins des deux assertions est vraie.

Valeurs de " $\underline{non(P)}$ "

P	vrai	faux
$\underline{non(P)}$		

Valeurs de " $\underline{P \text{ et } Q}$ "

P/Q	vrai	faux
vrai		
faux		

Valeurs de " $\underline{P \text{ ou } Q}$ "

P/Q	vrai	faux
vrai		
faux		

- l'implication entre P et Q notée $\underline{P \Rightarrow Q}$ qui a la valeur logique de $\underline{non(P) \text{ ou } Q}$

Valeurs de " $\underline{P \Rightarrow Q}$ "

P/Q	vrai	faux
vrai		
faux		

En langage courant, elle traduit le "Si P est vraie alors Q est vraie"

Pour justifier qu'une implication est vraie, on suppose que P est vraie et on montre que Q est vraie aussi.

Attention! Une implication peut être vraie alors que la proposition P est fausse.

Lorsque dans un raisonnement on utilise des implications qu'on sait vraies, on construit un raisonnement en chaîne :

P est vraie entraîne que Q est vraie qui entraîne que R est vraie...etc en utilisant $P \Rightarrow Q \Rightarrow R$

Pour justifier que R est vraie, il suffit alors de montrer que P est vraie et que les implications sont vraies.

La réciproque de l'implication $P \Rightarrow Q$ est l'implication $Q \Rightarrow P$.

La contraposée de l'implication $P \Rightarrow Q$ est l'implication $\underline{non(Q) \Rightarrow non(P)}$.

Une implication et sa contraposée ont la même valeur logique :

- l'équivalence entre P et Q notée $\underline{P \Leftrightarrow Q}$ qui a la valeur logique de $\underline{P \Rightarrow Q \text{ et } Q \Rightarrow P}$

En langage courant, elle se traduit par " P est vraie si et seulement si Q est vraie"

Q est une condition nécessaire pour P lorsque $P \Rightarrow Q$

Q est une condition suffisante pour P lorsque $Q \Rightarrow P$

Q est une condition nécessaire et suffisante pour P lorsque $Q \Leftrightarrow P$: Q et P sont des propositions équivalentes