

PTSI : Quelques coups de pouce pour le DM n°1

EXERCICE N°1 *Calculs de lignes trigonométriques*

$\frac{\pi}{12}$ s'exprime à l'aide de $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{4}$... On pourra ensuite exploiter les relations $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, etc. Pensez à être astucieux ! Il s'agit d'éviter des calculs inutiles en utilisant des relations liant θ et $\frac{\pi}{2} - \theta$, θ et $\pi - \theta$...

EXERCICE N°2 *Equations trigonométriques*

Pour (E_1) , ne peut-on pas utiliser une méthode du cours pour transformer le premier membre ?

On rappelle que l'objectif est d'obtenir une équation en $\cos x = \cos a$ ou en $\sin x = \sin a$ qu'on sait résoudre.

Pour (E_2) , sur quel domaine D cette équation a-t-elle un sens ?

Exprimer alors, sur ce domaine, l'équation uniquement à l'aide de cosinus.

Attention ! Pour être tout à fait rigoureux, il faut vérifier que les solutions obtenues sont bien dans D .

EXERCICE N°3 *Inéquation trigonométriques*

Pour (I_1) , isoler le sinus et prendre la racine de chaque membre.

N'oubliez pas de justifier le sens de l'inégalité et, attention, que vaut $\sqrt{X^2}$ lorsque X est réel ?

Pour (I_2) , on se ramène à une comparaison à 0 et on factorise dans chaque membre.

Il s'agit alors d'étudier le signe d'une expression produit : on construit donc un tableau de signes.

EXERCICE N°4 *Continuité et dérivabilité*

1) Il s'agit de bien utiliser les théorèmes usuels du cours en vérifiant bien les hypothèses.

2) On commence par appliquer soigneusement les théorèmes usuels pour la dérivabilité. Il restera ensuite à étudier dans une étude particulière chaque réel du domaine de continuité qui n'est pas pris en charge par les théorèmes usuels.

Pour le calcul de $f'(x)$ dans le cas général, pourquoi l'étude du cas $x > 0$ suffit à conclure ? Si $x > 0$ et $x \in D$, simplifier l'expression $f(x)$ en faisant disparaître la valeur absolue. N'hésitez pas à bien décomposer le calcul en introduisant si nécessaire des fonctions intermédiaires. Déduire $f'(x)$ dans le cas où $x < 0$.

Pour l'étude des cas particuliers, plusieurs approches sont possibles...

EXERCICE N°5 *Étude guidée d'une fonction*

0) $e^{2x} = (e^x)^2$

I-2) Pour étudier le signe d'une expression quotient, on factorise au maximum le numérateur et le dénominateur.

II-2) Un tableau de variation doit être justifié.

Il s'agit d'abord de justifier la ligne du signe de $F'(x)$ en donnant la résolution de : $F'(x) = 0$ et $F(x) > 0$

Ensuite, on détermine par un calcul exact les extrema locaux puis on justifie les limites nécessaires.

Vu la question II-5), les valeurs $\ln 2$ et $\ln 3$ doivent sans doute apparaître dans votre tableau...

II-3) La méthode pour l'étude de l'existence d'une asymptote oblique a été présentée en classe.

Pour les calculs de limite, transformer l'expression de $F(x)$ en factorisant dans le logarithme par le terme dominant.

II-4) Pour l'étude de la position des asymptotes, remarquer qu'on connaît bien le signe de $\ln(1+u(x))$:

$$\ln(1+u(x)) \text{ a le signe de } u(x)$$

II-5) Tous les éléments dégagés dans l'étude doivent être mis en évidence sur votre courbe.